受験番号								氏名	

令和６年度前期日程試験解答用紙（数学）

【 解 答 例 】

〔注意事項〕

・監督者の指示があるまで解答用紙を開いてはいけません。

・全てのページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。

受験番号								氏名	

令和６年度前期日程試験解答用紙（数学）

第１問

(1) $2^3-2^2+3\times 2-10=0$ なので，$x=2$ は方程式 $x^3-x^2+3x-10=0$ の解である。因数定理より，整式 $x^3-x^2+3x-10$ は $x-2$ で割り切れ，

$$x^3-x^2+3x-10=(x-2)(x^2+x+5)=0$$

である。ここで，2 次方程式 $x^2+x+5=0$ について，判別式

$$D=1^2-4\times 1\times 5<0$$

であるから，2 次方程式 $x^2+x+5=0$ は実数解をもたない。したがって，3 次方程式 $x^3-x^2+3x-10=0$ の実数解は $x=2$ のみである。

(2) 軌跡は線分 AB の垂直二等分線 $x+2y=8$ である。この直線の x 切片は 8，y 切片は 4 であるので，軌跡と x 軸および y 軸で囲まれた直角三角形の面積は 16 である。

(3) 点 C を通り，傾きが m の直線は $y=mx-6m+3$ である。この直線が円と共有点を持つので，$y=mx-6m+3\cdots$ ① と $x^2+y^2=9\cdots$ ② の連立方程式を解くことにして，①を②に代入すると

$$x^2+(mx-6m+3)^2=9$$

が成り立つ。直線は円に接するから，この x の 2 次方程式が重解をもたなければならない。すなわち，2 次方程式の判別式 D について

$$D/4=m^2(6m-3)^2-\left(m^2+1\right)\left(36m^2-36m\right)=0$$

であり，$m=0,\ \dfrac{4}{3}$ を得る。したがって，求める直線の式は

$$\begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x-5 \\ y=3 \end{cases}$$

である。

第１問 得　点	

受験番号							氏名	

令和６年度前期日程試験解答用紙（数学）

第２問

(1)　12 個の点から異なる 3 個の点の組み合わせを考え三角形を作る。
$_{12}C_3 = 220$ (通り)

(2)　二等辺三角形の頂角をなす頂点を固定した場合に，その頂点に対する底辺の選び方は，正三角形になる場合を除き，4 通り。二等辺三角形の頂角をなす頂点の選び方は 12 通り。
したがって二等辺三角形の組み合わせは全部で $4 \times 12 = 48$ (通り)

(3)　直角三角形の斜辺として円の直径を選ぶことにする。その選び方は 6 通り。斜辺を固定した場合に作成可能な直角三角形は 10 通り。
したがって直角三角形の組み合わせは全部で $6 \times 10 = 60$ (通り)

(4)　円周上で均等な間隔にある点を用いると正多角形ができる。つまり円周上の 12 点の内 12 の約数（ただし 3 以上の場合）の点を使って正多角形を作成することができる。
正十二角形が 1 通り，正六角形が 2 通り，正方形が 3 通り，正三角形が 4 通りの合計 10 通り。

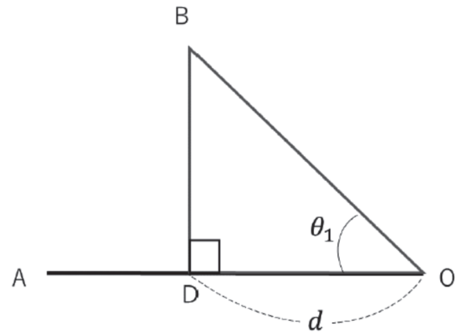
第２問 得　点	

受験番号							氏名	

令和６年度前期日程試験解答用紙（数学）

第３問

(1)



$\angle$BOA は鋭角なので, $0 < \cos\theta_1 < 1$。したがって,

$$d = b\cos\theta_1$$

(2)

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$$
$$= \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \left(\overrightarrow{\mathrm{OC}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$$
$$= \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$$
$$= |\overrightarrow{\mathrm{OA}}| \times |\overrightarrow{\mathrm{OC}}| \times \cos\theta_2 - |\overrightarrow{\mathrm{OA}}| \times |\overrightarrow{\mathrm{OB}}| \times \cos\theta_1$$
$$= ac\cos\theta_2 - ab\cos\theta_1 = a\left(c\cos\theta_2 - b\cos\theta_1\right)$$

(3) まず, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ が垂直なので, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = 0$。このことから，前問 (2) より,

$$ac\cos\theta_2 - ab\cos\theta_1 = 0$$

つまり,

$$ab\cos\theta_1 = ac\cos\theta_2$$

$a \neq 0$ より,

$$b\cos\theta_1 = c\cos\theta_2 \qquad \text{(A)}$$

次に，前問 (1) より $d = b\cos\theta_1$。また，$\angle$COA も鋭角なので，前問 (1) と同様に，$e = c\cos\theta_2$。
以上から，等式 (A) より,

$$d = b\cos\theta_1 = c\cos\theta_2 = e$$

第３問 得　点	

受験番号								氏名	

令和６年度前期日程試験解答用紙（数学）

第４問

(1)

(ア)B

$x+1$ は $x>0$ の範囲で正の値をとりかつ，x が増えるにつれて増える。よってその逆数 $\frac{1}{x+1}$ は減少する。

(イ)C

$x^2-2x+5=(x-1)^2+4$

グラフの軸が $x=1$ である二次関数なので $0<x<1$ と $1<x$ で減少と増加が切り替わる。よってどちらでもない。

(ウ)B

$0<x$ の場合について考えるので $\sqrt{x}/x=1/\sqrt{x}$。$\sqrt{x}$ は $x>0$ のときに x の増加につれて増加する。また $\sqrt{x}>0(x>0)$ である。よってその逆数 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ は x が増えるにつれて減少する。

(2)

(ア) 1

(イ) 2

(ウ) 存在しない。

実数は，有理数または無理数のいずれかであるので，無理数ではない場合とは有理数の場合である。$\sqrt{n}(n>0)$ が有理数である場合は必ず整数であることを背理法で示す。

$\sqrt{n}$ が整数ではない有理数になる n が存在するものと仮定する。

$\sqrt{n}$ が正の有理数であるので，$\sqrt{n}=\frac{p}{q}$(p,q は正の整数，p と q は互いに素) を満たす p,q が存在する。$q=1$ の場合は $\frac{p}{q}$ が正の整数となるので，$q>1$ である。

ここで $(\frac{p}{q})^2$ について考えると $(\frac{p}{q})^2=(\sqrt{n})^2=n$ であり正の整数である。よって p^2 は約数として q を持つ。これは「p と q は互いに素で $q>1$」に反し矛盾。よって $\sqrt{n}$ が整数ではない有理数になる n は存在しない。

すなわち n が正の整数のときに $\sqrt{n}$ が整数でも無理数でもない数になることはない。

第４問 得　点	