

数 学

(数 I ・ 数 II ・ 数 A ・ 数 B)

(注意事項)

1. 解答開始の指示があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子と解答用紙は別になっています。
3. 解答用紙の各ページの所定欄に受験番号、氏名を記入しなさい。
4. 計算等が必要な場合は問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 試験終了後は問題冊子を持ち帰りなさい。

第 1 問

k を正の定数とする。2 次方程式 $kx^2 - 2kx + 2k - 2 = 0 \dots \textcircled{1}$ について、以下の問に答えよ。

- (1) 2 次方程式 $\textcircled{1}$ が異なる 2 つの実数解をもつとき、 k のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 2 次方程式 $\textcircled{1}$ の解を k を用いて表せ。また、 $k = \frac{2}{5}$ および $k = 1$ のときの解をそれぞれ求めよ。
- (3) $0 < k \leq 1$ とする。このとき、

$$-1 < x \leq 2$$

の範囲における 2 次方程式 $\textcircled{1}$ の実数解の個数を求めよ。

第2問

実数 x, y は次の条件

$$x^2 \text{ と } y^2 \text{ は整数 かつ } x < y \text{ かつ } \frac{3}{x^2} + \frac{5}{y^2} = 1$$

を満たす。このとき、以下の問に答えよ。

- (1) $(x^2 - 3)(y^2 - 5) = A$ を満たす整数 A を求めよ。
- (2) x, y の値の組 (x, y) をすべて求めよ。

第3問

以下の問に答えよ。

- (1) 複素数の範囲では、1の3乗根が

$$1, \quad \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \quad \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

の3つであることを示せ。ただし、 i は虚数単位である。

- (2) 2つの放物線 $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$ で囲まれた部分の面積を S とする。原点を通り、 S を二等分するような直線 l の傾きを求めよ。

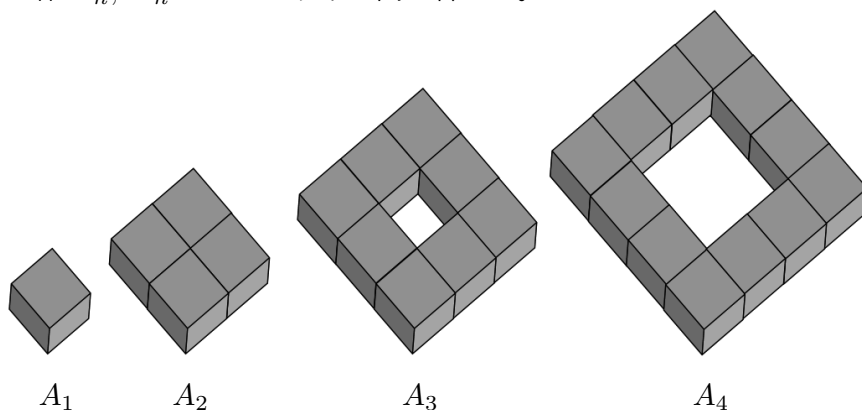
第4問

一辺の長さが1の立方体のブロックを並べ重ねて立体を作を考える。

下図のようにブロックを並べた一辺の長さが n の正方形枠を A_n とする。ただし、図のように $n \geq 3$ では中央にブロックのない部分ができるものとする。

ここで立体 A_n, A_{n-1}, \dots, A_1 を下から順に積み重ねるとピラミッド型の立体 B_n を作ることができる。ただし、 $n \geq 3$ では内部に空洞のある立体ができる。

立体 A_n, B_n について以下の問に答えよ。



- (1) $n \geq 2$ のときに A_n を作っているブロックの個数を n の式で表せ。
- (2) B_n を作っているブロックの個数を n の式で表せ。